

Hausübungen zur Vorlesung
Diskrete Mathematik II

SoSe 2010

Blatt 1 / 20. April 2010 / Abgabe bis spätestens 04. Mai 2010, 10:00 Uhr

AUFGABE 1 (4 Punkte):

Konstruieren Sie einen eindeutig entschlüsselbaren Code

$$\mathcal{C} : A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6\} \mapsto \{0, 1\}^* ,$$

wobei folgende Codewortlängen erreicht werden sollen:

$$|C(a_1)| = |C(a_2)| = 2, \quad |C(a_3)| = |C(a_4)| = |C(a_5)| = 3, \quad |C(a_6)| = 4.$$

Warum ist dies nicht möglich, wenn $|C(a_3)| = 2$ gelten soll?

AUFGABE 2 (5 Punkte):

Sei $\mathcal{C} = \{0, 110, 111, 10\}$ ein Code.

- (a) Bestimmen Sie die erwartete Codewortlänge von $\mathcal{C}$ mit den Quellwahrscheinlichkeiten $(p_1, p_2, p_3, p_4) = (\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6})$.
- (b) Ist $\mathcal{C}$ ein kompakter Code? Begründen Sie Ihre Aussage.

AUFGABE 3 (5 Punkte):

Sei $\mathcal{C}$ ein Code, dessen kürzestes Codewort die Länge 4 und dessen längstes Codewort die Länge 7 hat. Wie viele Codewörter kann $\mathcal{C}$ maximal enthalten, wenn $\mathcal{C}$ ein Präfix-Code ist?

AUFGABE 4 (6 Punkte):

Um Texte digital speichern zu können, muss man jeden Buchstaben des Alphabets binär codieren. Der naive Ansatz ordnet dabei jedem der 27 Möglichkeiten ein Codewort der Länge 5 zu (Im ASCII-Format entspricht jeder Buchstabe einem Codewort der Länge 7, wird also in 7 Bits abgespeichert). Für ein Buch mit 300.000 Buchstaben (≈ 200 Seiten) benötigt man damit 187,5 kByte Speicherplatz. Können sie den erwarteten Speicherbedarf für solch ein Buch reduzieren, wenn sie die statistische Verteilung der deutschen Buchstaben (siehe Tabelle unten) ausnutzen? Geben Sie dazu eine Huffman-Codierung des deutschen Alphabets an, ermitteln sie die erwartete Codewortlänge und den für 300.000 Buchstaben im Durchschnitt benötigten Speicherplatz.

Statistische Verteilung der Buchstaben in deutschen Texten in Prozent

E	N	I	S	R	A	T	D	H	U	L	C	G	M
17,38	9,76	7,53	7,25	6,98	6,49	6,13	5,06	4,74	4,33	3,42	3,04	2,99	2,52
O	B	W	F	K	Z	P	V	ß	J	Y	X	Q	
2,50	1,88	1,88	1,65	1,21	1,13	0,79	0,67	0,31	0,27	0,04	0,03	0,02	