

Präsenzübungen zur Vorlesung
Diskrete Mathematik II

SoSe 2010

Blatt 7 / 13. Juli 2010

AUFGABE 49:

Betrachten Sie die DTM M_1 mit $Q = \{q_0, q_1, q_{accept}, q_{reject}\}$, $s = q_0$, $\Sigma = \{0, 1\}$, $\Gamma = \{0, 1, \sqcup, \triangleright\}$ und der folgenden Übergangsfunktion δ :

δ	0	1	\triangleright	\sqcup
q_0	$(q_1, 0, R)$	$(q_{reject}, 1, L)$	(q_0, \triangleright, R)	(q_{accept}, \sqcup, L)
q_1	$(q_0, 0, L)$	$(q_0, 1, R)$	$(q_{reject}, \triangleright, R)$	(q_{reject}, \sqcup, L)

- Geben Sie die aufeinanderfolgenden Konfigurationen der DTM M_1 jeweils bei Eingabe $w = 010$ und bei Eingabe $w = 0101$ an.
- Was ist die von der DTM M_1 akzeptierte Sprache? Entscheidet M_1 die Sprache $L(M_1)$?

AUFGABE 50:

Beschreiben Sie eine DTM, die bei Eingabe der Binärdarstellung $n_0n_1 \dots n_k$ einer Zahl $n = \sum_{i=0}^k n_i 2^i$ die Funktion $f(n) = n + 1$ berechnet.

AUFGABE 51:

Sei $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, s, \sqcup, E)$ eine DTM, welche bei jeder Eingabe stets weniger als s Zellen des Bandes besucht. Zeigen Sie die folgende Aussage: *Falls eine Berechnung von M mehr als $s \cdot |Q| \cdot |\Gamma|^s$ Schritte benötigt, so befindet sich M in einer Endlosschleife.*

AUFGABE 52:

Betrachten Sie die folgenden Sprachen. Geben Sie jeweils die Definition einer DTM an, welche die Sprache entscheidet.

- $L_1 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid \text{Anzahl der Nullen in } w \text{ ist durch } 3 \text{ teilbar}\}$
- $L_2 = \{a^{(2^n)} \mid n \in \mathbb{N}\}$

Analysieren Sie die Laufzeit der Maschinen in Abhängigkeit von der Länge der Eingaben.

AUFGABE 53:

Sei C eine Menge von Teilmengen einer endlichen Menge S und $k \leq |S|$ eine positive ganze Zahl. Sei

$$\text{HITTINGSET} = \left\{ (S, C, k) \mid \text{Es gibt ein } S' \subseteq S \text{ mit } |S'| \leq k, \right. \\ \left. \text{so dass } S' \text{ mindestens ein Element aus jeder Teilmenge in } C \text{ enthält.} \right\}.$$

Zeigen Sie: $\text{HITTINGSET} \in \mathcal{NP}$.

Allgemeiner Hinweis:

Die Klausur findet am 14. September 2010 statt. Bitte melden Sie sich bis zum 23. Juli über VSPL für die Klausur an. Genaue Hinweise zur Klausur werden auf

<http://www.cits.rub.de/lehre/dismath2ss10.html>

veröffentlicht.

Nachbemerkung:

Um das Mitdenken und die Aufmerksamkeit der Studenten zu fördern, wurden die Übungsaufgaben nicht immer korrekt nummeriert. Damit nicht der Eindruck entsteht, der Übungsleiter komme mit der Nachfolgebildung auf den natürlichen Zahlen nicht zurecht, geben wir hier die Formel an, die wir uns schon Monate vorher ausgedacht haben, um die Studenten zu verwirren. Sie bildet die korrekt fortlaufend nummerierten Aufgaben auf die tatsächlich vergebenen Aufgabennummern ab. Es gilt $f : \mathbb{F}_{59} \rightarrow \mathbb{F}_{59}$ und

$$\begin{aligned} f(x) = & 55x^{55} + 20x^{54} + 14x^{53} + 44x^{52} + 2x^{51} + 45x^{50} + 25x^{49} + 50x^{48} \\ & + 21x^{47} + 56x^{46} + 50x^{45} + 50x^{44} + 7x^{43} + 27x^{42} + 34x^{41} + 57x^{40} \\ & + 30x^{39} + 32x^{38} + 24x^{37} + 26x^{36} + 10x^{35} + 18x^{34} + 24x^{33} + 37x^{32} \\ & + 48x^{31} + 50x^{30} + 10x^{29} + 51x^{28} + 17x^{27} + 28x^{26} + 29x^{25} + 5x^{24} \\ & + 18x^{23} + 36x^{22} + 20x^{21} + 52x^{20} + 27x^{19} + 53x^{18} + 40x^{17} + 38x^{16} \\ & + 2x^{15} + 29x^{14} + 34x^{13} + 51x^{12} + 26x^{11} + 20x^{10} + 36x^9 + 18x^8 \\ & + 33x^7 + 45x^6 + 5x^5 + 49x^4 + 55x^3 + 4x^2 + 24x + 1 \end{aligned}$$