RUHR UNIVERSITÄT BOCHUM

Lehrstuhl für Kryptologie und IT-Sicherheit
Prof. Dr. Alexander May
Enrico Thomae

Hausübungen zur Vorlesung

Quantenalgorithmen

WS 2011/2012

Blatt 1 / 17. Oktober 2011

Abgabe bis 31. Oktober 2011, 14 Uhr (vor der Übung)

AUFGABE 1 (5 Punkte)**:**
Gegeben seien zwei Zustände $|x_0\rangle = \frac{1}{2}\mathrm{e}^{i\frac{\pi}{4}}|0\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2}|1\rangle$ und $|x_1\rangle = \frac{2}{3}i|0\rangle + \frac{\sqrt{5}}{3}|1\rangle$.

(a) Berechnen Sie $\langle x_0|x_0\rangle$, $\langle x_1|x_1\rangle$ und $\langle x_0|x_1\rangle$.

(b) Geben Sie die Amplituden der Basiszustände $|01\rangle$ und $|10\rangle$ im Zwei-Bit-Register $|x_0x_1\rangle$ an.

AUFGABE 2 (5 Punkte)**:**
Seien $|x\rangle = \frac{1}{5}(-3,4)$, $|y\rangle = \frac{1}{5}(4,3) \in \mathbb{C}^2$.

(a) Zeigen Sie, das $|x\rangle, |y\rangle$ eine orthonormale Basis des $\mathbb{C}^2$ bilden.

(b) Konstruieren Sie mittels Tensorprodukt-Konstruktion aus $|x\rangle, |y\rangle$ eine orthonormale Basis des $\mathbb{C}^4$.

AUFGABE 3 (3 Punkte)**:**
Es seien die Abbildungen $M_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ und $\sqrt{M_1} = \begin{pmatrix} \frac{1+i}{2} & \frac{1-i}{2} \\ \frac{1-i}{2} & \frac{1+i}{2} \end{pmatrix}$ gegeben. Zeigen Sie, dass $\sqrt{M_1}$ unitär ist und $\left(\sqrt{M_1}\right)^2 = M_1$ gilt.

AUFGABE 4 (5 Punkte)**:**
Gegeben seien $|x_0\rangle = |0\rangle$ und $|x_1\rangle = \frac{\sqrt{3}}{2}|0\rangle + \frac{i}{2}|1\rangle$. Finden Sie eine unitäre Abbildung U mit $|x_0\rangle = U|x_1\rangle$.

Bonusfrage (+1 Punkt): Wie viele solcher unitärer Abbildungen gibt es?