

**Hausübungen zur Vorlesung**  
**Quantenalgorithmen**  
**WS 2011/2012**

Blatt 6 / 9. Januar 2012

Abgabe bis 23. Januar 2012, 14 Uhr (vor der Übung)

**AUFGABE 1** (5 Punkte):

Beweisen Sie, dass die Matrix  $U$  aus der Präsenzübung 6 Aufgabe 3 die Ordnung 4 besitzt. Beweisen Sie dazu zunächst, dass

$$Uv = U^* \rho(v),$$

wobei  $\rho(v)$  der Reversionsoperator und wie folgt definiert ist:

$$\rho : \mathbb{C}^M \rightarrow \mathbb{C}^M, (v_0, v_1, \dots, v_{M-1}) \mapsto (v_0, v_{M-1}, v_{M-2}, \dots, v_1)$$

**AUFGABE 2** (5 Punkte):

Wir betrachten nun die *verallgemeinerte Datenbanksuche*, d.h. es gibt mehrere Lösungen des Suchproblems. Sei  $N = 2^n$  und  $M$  die Anzahl der Lösungen. Wir definieren

$$|\alpha\rangle = \frac{1}{\sqrt{N-M}} \sum_{x'} |x'\rangle \quad \text{wobei die Summe über alle nicht-Lösungen geht,}$$

$$|\beta\rangle = \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_x |x\rangle \quad \text{wobei die Summe über alle Lösungen geht.}$$

1. Schreiben Sie den Zustand  $|\gamma\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_y |y\rangle$  in der Basis  $|\alpha\rangle, |\beta\rangle$ .
2. Zeigen Sie, dass die Grover-Iteration in der Basis  $|\alpha\rangle, |\beta\rangle$  die Matrixrepräsentation

$$G = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

hat, wobei  $\frac{\theta}{2}$  der Winkel zwischen  $|\gamma\rangle$  und  $|\alpha\rangle$  ist.

*Hinweis:*  $\cos \theta = 2 \cos^2 \frac{\theta}{2} - 1$

**AUFGABE 3** (4 Punkte):

Gegeben sei der Zustand

$$|z\rangle = \frac{1}{2} \sum_{y=0}^{2^2-1} (-1)^{xy} |y\rangle = \frac{1}{2} (|0\rangle + |1\rangle - |2\rangle - |3\rangle).$$

Wenden Sie  $\text{QFT}_4^{-1}$  auf diesen Zustand an und geben Sie alle Zwischenschritte an. Bestimmen Sie damit die Phaseninformation  $x$