

### Aufgabe 1.1 (4 Punkte)

Seien  $f(n)$  und  $g(n)$  jeweils zwei der unten angegebenen Funktionen. Untersuche ob (i)  $f(n) = O(g(n))$ , (ii)  $f(n) = \Omega(g(n))$  oder  $f(n) = \Theta(g(n))$  gilt.

Tipp: Beachte die transitiven Eigenschaften der Landau-Symbole.

- |                        |                                       |
|------------------------|---------------------------------------|
| a) $\Pi^n$             | b) $\sum_{i=1}^n i$                   |
| c) $2^{2^{n+1}}$       | d) $n^3$                              |
| e) $3^{\log n}$        | f) $n^2$ für gerade $n$ , $2^n$ sonst |
| g) $2^{\sqrt{\log n}}$ | h) $2^{2^n}$ .                        |

### Aufgabe 1.2 (4 Punkte)

- Bei einem Brettspiel können genau vier Personen mitspielen. Wieviele mögliche "Paarungen" gibt es, wenn 10 Personen mitspielen wollen?
- In einem Getränkeladen stehen 5 Getränkesorten zur Verfügung. Wieviele Möglichkeiten gibt es, eine Kiste mit 11 Flaschen zusammenzustellen?
- Wieviele Worte kann man aus den Buchstaben des Wortes **BUMMELSTUDENT** machen,
  - die Länge 13 haben,
  - die höchstens Länge 5 haben und in denen kein Buchstabe doppelt vorkommt?

### Aufgabe 1.3 (4 Punkte)

Wieviele Zahlen der Form  $n^4$ ,  $n^6$ ,  $n^9$ , für  $n \in \mathbb{N}$ , gibt es, die kleiner gleich  $10^{20}$  sind?

### Aufgabe 1.4 (4 Punkte)

Beweise: In einer Menge aus 12 zweistelligen Zahlen sind mindestens zwei deren Differenz von der Form "aa" (zwei gleiche Ziffern) ist.

---

### Präsenzaufgabe 1.5

Beweise durch vollständige Induktion:

- Für alle  $n \in \mathbb{N}$  gilt:  $1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ .
- Für alle  $n \geq 1$  ist  $n^3 - n$  durch 6 teilbar.

### Präsenzaufgabe 1.6

Beweise oder widerlege:

- $3n^2 + \log n = O(n^2)$
- $3^{\sqrt{n}} = \Theta(3^n)$
- $2^{\log n} = o(n)$
- $4^n = \omega(e^n)$

### Präsenzaufgabe 1.7

Wieviele Teiler hat die Zahl 339768

### Präsenzaufgabe 1.8

- Wieviele 5-buchstabile Wörter aus den Buchstaben  $\{A, B, C, D\}$  gibt es?
- Wieviele 7-buchstabile Wörter aus den Buchstaben  $\{A, B, C, D\}$  enthalten genau 2 mal A und 2 mal B?
- Wieviele 5-buchstabile Wörter aus den Buchstaben  $\{A, B, C, D\}$  enthalten **nicht** das Wort BAD (die Buchstaben müssen direkt hintereinander auftreten)?

### Präsenzaufgabe 1.9

Wie groß ist die Anzahl der durch 4, 10, oder 15 teilbaren natürlichen Zahlen kleiner gleich 6000?

### Präsenzaufgabe 1.10

Es gibt in Bochum mindestens 2 Menschen, die dieselbe Anzahl Haare auf dem Kopf hat.

---