

Aufgabe 2.1 (4 Punkte)

An einer Schule werden 4 verschiedene Sportkurse angeboten. 7 neue Schüler müssen sich entscheiden in welchen sie gehen wollen.

- a) Wieviele Möglichkeiten gibt es dafür?
- b) Wieviele Möglichkeiten gibt es, wenn an jedem Kurs mindestens einer der Neuen teilnehmen soll?
- c) Alle Schüler wechseln nach einer Woche gruppenweise die Kurse. Wieviele Möglichkeiten gibt es dafür?

Aufgabe 2.2 (4 Punkte)

- a) Beweise oder widerlege: $S_{n,2} = 2^{n-1} - 1$.
- b) Beweise: $S_{n+1,k+1} = \sum_{i=1}^n \binom{n}{i} S_{i,k}$.

Aufgabe 2.3 (4 Punkte)

Gegeben sei die Gleichung

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 = 93.$$

Bestimme die Anzahl der ganzzahligen Lösungen mit $x_i \geq 5$ für $1 \leq i \leq 7$.

Aufgabe 2.4 (4 Punkte)

Sei M eine endliche Menge. Beweise, dass die Potenzmenge von M mit der Inklusionsrelation $(\mathcal{P}(M), \subseteq)$ ein distributiver Verband ist.

Präsenzaufgabe 2.5

a) Begründe inhaltlich:

- $P_{n,n} = P_{n,n-1} = 1$,
- $P_{n,n-2} = 2$,
- $P_{n,2} = \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ und
- $P_{n,r} = P_{n-1,r-1} + P_{n-r,r}$.

b) Wieviel ungeordnete Zahlpartitionen der 8 mit 4 Summanden gibt es?

Präsenzaufgabe 2.6

Betrachte folgende Permutation:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 9 & 6 & 4 & 2 & 3 & 5 & 8 & 7 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- Wieviele Fixpunkte besitzt diese Permutation?
- Gib die Zyklenzerlegung dieser Permutation an.
- Ist (80916) ein Zyklus dieser Permutation?
- Wieviele Permutationen von $[9]$ gibt es, die genau so viele Zyklen enthalten?

Präsenzaufgabe 2.7

Gegeben sei die Gleichung

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 39.$$

Bestimme die Anzahl der ganzzahligen Lösungen $x_i \geq 1$ für $1 \leq i \leq 4$.

Präsenzaufgabe 2.8

- Zeige, dass die Menge $M = \mathbb{N}$ mit der Relation $x \preceq y :\iff x|y$ eine partielle Ordnung bildet.
 - Zeichne für die Teilbarkeits-Relation $x|y$ auf der Menge $M = \{1, 2, 3, 6, 12, 18\}$ das Hasse-Diagramm und gib die unmittelbaren Vorgänger von 6 und 12 an.
 - Bilden $(\mathbb{N}, |)$ einen (distributiven) Verband?
-