

Name :
Vorname :

AUFGABE 1
12 Punkte

Aufgabe 1

- a) Wieviele Worte der Länge 10 gibt es über einem Alphabet aus 8 Buchstaben?
 8^{10} $\binom{8}{10}$
- b) Jeder 4-färbbare Graph ist planar.
 Ja Nein
- c) Sei $p \in \mathbb{N}$ ungerade und $p > 1$. Dann gibt es stets ein Element in \mathbb{Z}_p^* mit Ordnung 2.
 Ja Nein
- d) Die Multiplikation von zwei Polynomen vom Grad n in Point-Value Form ($2n$ Stellen) kostet Zeit
 $\Theta(n \log n)$ $O(n)$
- e) Gilt $Pr[A|B] \geq Pr[A \cap B]$?
 Ja Nein
- f) Die erzeugende Funktion der Folge $(n(n-1))_{n>1}$ ist
 $3/(1-x)^2$ $2/(1-x)^3$
-

Name :
Vorname :

AUFGABE 2
12 Punkte

Aufgabe 2

Gegeben ist der Baum

$$T := \{[7], E\} ,$$

wobei

$$E := \{\{1, 2\}, \{2, 4\}, \{1, 7\}, \{3, 6\}, \{3, 7\}, \{5, 7\}\} .$$

- a) Zeichne T .
 - b) Berechne nach der Methode von Cayley den Prüfercode von T . Gib dabei in jeder Iteration die Veränderung des Baumes an.
-

Name :
Vorname :

AUFGABE 3
13 Punkte

Aufgabe 3

30 unterschiedliche Personen sollen auf zwanzig Boote verteilt werden. Wieviele Möglichkeiten gibt es, wenn in jedem Boot mindestens eine Person als Steuermann sitzen muss?

- a) Gib eine Formel zur Berechnung dieser Anzahl an. Begründe!
 - b) Schreibe ein effizientes Programm zur Berechnung der gesuchten Anzahl. Welche Laufzeit hat es?
-

Name :
Vorname :

AUFGABE 4
12 Punkte

Aufgabe 4

Gib alle Generatoren der multiplikativen Gruppe von \mathbb{F}_{16} an.

Name :
Vorname :

AUFGABE 5
13 Punkte

Aufgabe 5

Gegeben sei ein gleichseitiges Dreieck der Kantenlänge 1. Unter 5 Punkten innerhalb dieses Dreiecks gibt es immer 2, die einen Abstand $\leq \frac{1}{2}$ haben. Begründe!

Name :
Vorname :

AUFGABE 6
13 Punkte

Aufgabe 6

Gegeben sei die Menge der ganzen Zahlen $[n] := \{0, \dots, n\}$. Es sei x_n die Anzahl der Teilmengen $M \subseteq [n]$, die keine zwei aufeinander folgende Zahlen enthalten?

- a) Stelle eine Rekursionsgleichung auf.
 - b) Gib eine geschlossene Form für x_n an.
-

Name :
Vorname :

AUFGABE 7
12 Punkte

Aufgabe 7

Das Wort "Lotterie" tritt in 10% aller Mails auf, die wir als Spam betrachten. Aber auch ein 1% der "guten" Mails. Zusätzlich wissen wir, dass dass 8 von 10 Mails Spam sind.

- a) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass in einer Mail das Wort "Lotterie" auftritt.
 - b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Mail Spam ist, wenn sie das Wort "Lotterie" enthält?
-

Name :
Vorname :

AUFGABE 8
13 Punkte

Aufgabe 8

Sei $T = (V, E)$ ein Baum mit $|V| \geq 2$ Knoten. Beweise, dass T mindestens 2 Blätter enthält.
