

Hausübungen zur Vorlesung

Zahlentheorie

Sommersemester 2012

Blatt 5

Abgabe bis 7. Mai 2012, 12 Uhr (vor der Vorlesung)

AUFGABE 1 F1 (6 Punkte):

Bestimmen Sie alle natürlichen Zahlen n mit

- 1.) $\varphi(n) = n/2$,
- 2.) $\varphi(n) = \varphi(2n)$,
- 3.) $\varphi(n) = 24$.

AUFGABE 2 F1 (4 Punkte):

Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen über die Euler'sche φ -Funktion.

- 1.) Für alle $a, b \in \mathbb{N}$ gilt $a > b \Rightarrow \varphi(a) > \varphi(b)$.
- 2.) Es gibt ein $k \in \mathbb{N}$, sodass für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt $\varphi(n+k) > \varphi(n)$.

AUFGABE 3 F2 (6 Punkte):

Seien $n, m \in \mathbb{N}$ nicht teilerfremd. Beweisen Sie

$$\varphi(\text{ggT}(m, n))\varphi(\text{kgV}(m, n)) = \varphi(n)\varphi(m),$$

sowie

$$\varphi(mn) = \varphi(m)\varphi(n)\frac{\text{ggT}(m, n)}{\varphi(\text{ggT}(m, n))}.$$